（補足）なぜ充分時間が経過すると、定常状態に到達するか

蓮見 亮

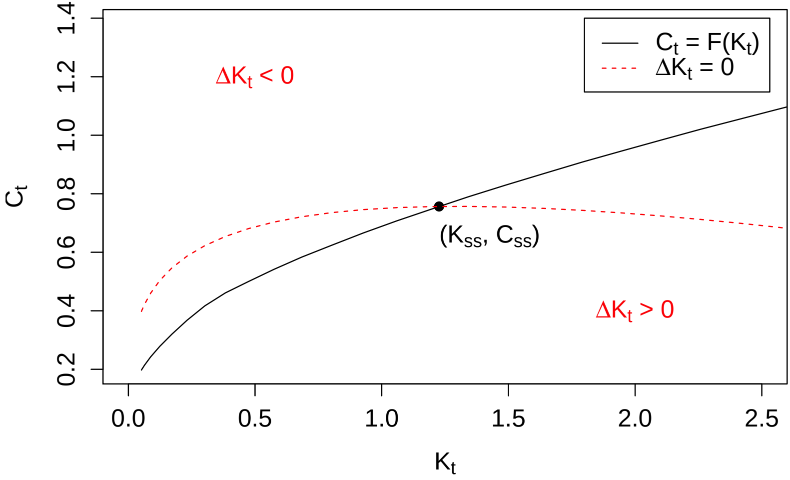
March 18, 2013

Fact 1. Policy Function の形状

最適成長モデルを例とする。

関数 $C_t = F(K_t)$ を optimal policy function とする。
このとき、K_t-C_t 平面上において曲線 $C_t = F(K_t)$ は定常均衡値を通る。すなわち、$C^* = F(K^*)$.
$K_t < K^*$ のとき $\Delta K_t > 0$、$K_t = K^*$ のとき $\Delta K_t = 0$、$K_t > K^*$ のとき $\Delta K_t < 0$ なので、どのような K_1 から出発したとしても、
$K_t \to K^* \quad (t \to \infty)$.

Policy Function



Fact 2. 位相図

同じく、最適成長モデルを例とする。

K_1 を所与とする。Policy Function から、K_1 に対する最適な消費 C_1^{opt} が決まる。これを初期値として、オイラー方程式

$$C_{t+1} = \beta[\alpha\{K_t^\alpha + (1-\delta)K_t - C_t\}^{\alpha-1} - \delta + 1]C_t \tag{1}$$

と資本の遷移式を将来に向かって backward に解くと、
$K_t \to K^* \quad (t \to \infty)$.（次々ページの図における黒線）

K_1 に対する最適な消費 C_1^{opt} よりも大きい消費 C_1^{+} を初期値としてオイラー方程式と資本の遷移式を backward に解くと、
$K_t \to 0 \quad (t \to \infty)$.（次ページの図における赤線）このとき、生涯効用は $-\infty$ に発散するので、最適経路ではない。

K_1 に対する最適な消費 C_1^{opt} よりも小さい消費 C_1^{-} を初期値としてオイラー方程式と資本の遷移式を backward に解くと、
$K_t \to \infty \quad (t \to \infty)$.（次ページの図における青線）このとき、各期の消費を微少量増加させることにより生涯効用は増加するので、同様に最適経路ではない。

Phase Diagram